Musterlösung EÜN
Energieübertragung im Drehstromnetz

Aufgabe 1: Energieübertragung über eine 400-kV-Leitung

a) imaginäre Übertragungskonstante:

$$\begin{aligned}\underline{\gamma}_0 &= j\omega\sqrt{L'\cdot C'}\\ &= j2\pi 50\frac{1}{\mathrm{s}}\sqrt{1,3\cdot 10^{-3}\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{km}}\cdot 8,5\cdot 10^{-9}\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{km}}}\\ &= j1,04\cdot 10^{-3}\frac{1}{\mathrm{km}} = j\beta_0\end{aligned}$$

Wellenlänge:

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{2\pi}{\beta_0} = \frac{2\pi}{2\pi f\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{f\sqrt{L'C'}}\\ &= \frac{1}{50\,\mathrm{Hz}\sqrt{1,3\cdot 10^{-3}\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{km}}\cdot 8,5\cdot 10^{-9}\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{km}}}} = 6016,6\,\mathrm{km}\end{aligned}$$

komplexer Wellenwiderstand:

$$\underline{Z}_\mathrm{W} = Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \sqrt{\frac{1,3\cdot 10^{-3}\ \mathrm{Hkm}}{8,5\cdot 10^{-9}\ \mathrm{Fkm}}} = 391,1\,\Omega$$

b)

$$P_\mathrm{max} = \frac{U_1U_2}{Z_0\sin\left(2\pi\frac{l}{\lambda}\right)} = \frac{(400\,\mathrm{kV})^2}{391,1\,\Omega\ \cdot\sin\left(2\pi\frac{300}{6016,6}\right)} \ = \ 1327,43\,\mathrm{MW}$$

$$P = P_\mathrm{max}\cdot\sin\vartheta = 1327,4\,\mathrm{MW}\cdot\sin(30°) = 663,72\,\mathrm{MW}$$

$$\begin{aligned}Q_1 &= \frac{U_1^2\cos\left(2\pi\frac{l}{\lambda}\right) - U_1U_2\cos(\vartheta)}{Z_0\sin\left(2\pi\frac{l}{\lambda}\right)} \ = \ \frac{U^2\left[\cos\left(2\pi\frac{l}{\lambda}\right)-\cos(\vartheta)\right]}{Z_0\sin\left(2\pi\frac{l}{\lambda}\right)}\\ &= \frac{(400\,\mathrm{kV})^2\left[\cos\left(2\pi\frac{300}{6016,6}\right)-\cos(30°)\right]}{391,1\,\Omega\ \cdot\sin\left(2\pi\frac{300}{6016,6}\right)} \ = \ 113,23\,\mathrm{MVAr}\end{aligned}$$

$$\text{da } U_1 = U_2 \quad\Longrightarrow\quad Q_2 = -Q_1 = -113,23\,\mathrm{MVAr}$$

Erzeugerzählsystem:

$$\begin{aligned}P &> 0 &\rightarrow&\quad \text{Leitung ist Quelle}\\ Q &< 0 &\rightarrow&\quad \text{kapazitive Quelle}\end{aligned}$$

⇒ die Leitung bezieht induktive Blindleistung und liefert kapazitive Blindleistung

c) Spannungsband: $U_1 = 1,05 \cdot U \quad U_2 = 0,95 \cdot U \quad U = 400\,\mathrm{kV}$

$$
\begin{aligned}
Q_2 &= \frac{U_1 U_2 \cos(\vartheta) - U_2^2 \cos\left(2\pi \frac{l}{\lambda}\right)}{Z_0 \sin\left(2\pi \frac{l}{\lambda}\right)} \\
&= \frac{(400\,\mathrm{kV})^2 \cdot \left[1,05 \cdot 0,95 \cdot \cos(30^\circ) - (0,95)^2 \cdot \cos\left(2\pi \frac{300}{6016,6}\right)\right]}{391,1\,\Omega \cdot \sin\left(2\pi \frac{300}{6016,6}\right)} \\
&= 7,02\,\mathrm{MVAr}
\end{aligned}
$$

Eine Einspeisung von +50 MVAr ist nicht möglich.

d)

$$
Q_2 = \frac{U_1 U_2 \cos(\vartheta) - U_2^2 \cos\left(2\pi \frac{l}{\lambda}\right)}{Z_0 \sin\left(2\pi \frac{l}{\lambda}\right)}
$$

Aufgelöst nach U_2:

$$
\begin{aligned}
-U_2^2 \cos\left(2\pi \frac{l}{\lambda}\right) + U_2 U_1 \cos(\vartheta) - Q_2 Z_0 \sin\left(2\pi \frac{l}{\lambda}\right) &= 0 \\
U_2^2 - U_2 \left(U_1 \frac{\cos(\vartheta)}{\cos\left(2\pi \frac{l}{\lambda}\right)}\right) + Q_2 Z_0 \tan\left(2\pi \frac{l}{\lambda}\right) &= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
U_2 &= \frac{1}{2} \frac{U_1 \cos(\vartheta)}{\cos\left(2\pi \frac{l}{\lambda}\right)} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{U_1 \cos(\vartheta)}{\cos\left(2\pi \frac{l}{\lambda}\right)}\right)^2 - Q_2 Z_0 \cdot \tan\left(2\pi \frac{l}{\lambda}\right)} \\
&= \frac{1,05 \cdot 400\,\mathrm{kV} \cdot \cos(30^\circ)}{2 \cdot \cos\left(2\pi \frac{300}{6016,6}\right)} \\
&\quad \pm \sqrt{\left(\frac{1,05 \cdot 400\,\mathrm{kV} \cdot \cos(30^\circ)}{2 \cdot \cos\left(2\pi \frac{300}{6016,6}\right)}\right)^2 - 50\,\mathrm{MVAr} \cdot 391,1\,\Omega \cdot \tan\left(2\pi \frac{300}{6016,6}\right)} \\
&= 191170,76\,\mathrm{V} \pm 173813,66\,\mathrm{V} = 364,98\,\mathrm{kV}
\end{aligned}
$$

Abweichung von $U_\mathrm{N} = 400\,\mathrm{kV}$ ist $-8,75\%$.

e)

$$Q_2 = \frac{U_1 U_2 \cos(\vartheta) - U_2^2 \cos\left(2\pi\frac{l}{\lambda}\right)}{Z_0 \sin\left(2\pi\frac{l}{\lambda}\right)}$$

Aufgelöst nach $\cos(\vartheta)$:

$$\begin{aligned}
\cos(\vartheta) &= \frac{Q_2 Z_0 \sin\left(2\pi\frac{l}{\lambda}\right)}{U_1 U_2} + \frac{U_2}{U_1}\cos\left(2\pi\frac{l}{\lambda}\right) \\
&= \frac{100\,\mathrm{MVAr}\cdot 391,1\,\Omega\cdot\sin\left(2\pi\frac{300}{6016,6}\right)}{1,05\cdot 0,95\cdot(400\,\mathrm{kV})^2} + \frac{0,95}{1,05}\cdot\cos\left(2\pi\frac{300}{6016,6}\right) \\
&= 0,9362
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \vartheta = 20,57^\circ$$

$$\begin{aligned}
P &= \frac{U_1 U_2}{Z_0 \sin\left(2\pi\frac{l}{\lambda}\right)}\cdot\sin(\vartheta) \\
&= 1,05\cdot 0,95\cdot P_{\mathrm{max}}\cdot\sin(\vartheta) \\
&= 1,05\cdot 0,95\cdot 1327,43\,\mathrm{MW}\cdot\sin\left(20,57^\circ\right) \\
&= 465,23\,\mathrm{MW}
\end{aligned}$$

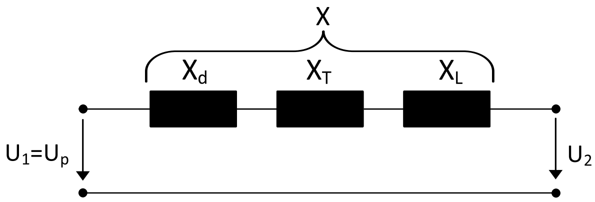
Musterlösung EÜN
Energieübertragung im Drehstromnetz

Aufgabe 2: Dimensionierung einer Kraftwerkseinspeisung

a)

$$U_{2\mathrm{Y}} = \frac{U_2}{\sqrt{3}} = \frac{110\,\mathrm{kV}}{\sqrt{3}} = 63,51\,\mathrm{kV}$$

b) Die Gesamtimpedanz setzt sich aus den Impedanzen von Generator, Transformator und Leitung zusammen:



$$X = \sum X_{\mathrm{i}} = X_{\mathrm{d}} + X_{\mathrm{T}} + X_{\mathrm{L}}$$

Dabei müssen alle X_{i} auf eine Spannungsebene bezogen werden.
Bezugsspannung wählen: $U_{\mathrm{B}} = 110$ kV

Generator:

$$X_{\mathrm{d}} = x_{\mathrm{d}} \cdot \frac{U_{\mathrm{N}}^2}{S_{\mathrm{N}}} \cdot \frac{U_{\mathrm{B}}^2}{U_{\mathrm{N}}^2} = x_{\mathrm{d}} \cdot \frac{U_{\mathrm{B}}^2}{S_{\mathrm{N}}}$$
$$= 1,4 \cdot \frac{(110\,\mathrm{kV})^2}{40\,\mathrm{MVA}} = 423,5\,\Omega$$

Transformator:

$$X_{\mathrm{T}} = u_{\mathrm{k}} \cdot \frac{U_{\mathrm{B}}^2}{S_{\mathrm{N}}}$$
$$= 0,12 \cdot \frac{(110\,\mathrm{kV})^2}{40\,\mathrm{MVA}} = 36,3\,\Omega$$

Leitung:

$$X_{\mathrm{L}} = X_{\mathrm{L}}' \cdot l = 0,39\,\frac{\Omega}{\mathrm{km}} \cdot 30\,\mathrm{km} = 11,7\,\Omega$$

$\Rightarrow$ Gesamtimpedanz: $X = 471,5\,\Omega$

c) 10% Übererregung am Generator: $U_{\mathrm{P}} = U_1 = 1,1 \cdot U_{\mathrm{N}}$

$$P_{\mathrm{max}} = \frac{U_1 U_2}{X} = \frac{1,1 \cdot U_{\mathrm{N}}^2}{X}$$
$$= \frac{1,1 \cdot (110\,\mathrm{kV})^2}{471,5\,\Omega} = 28,229\,\mathrm{MW}$$

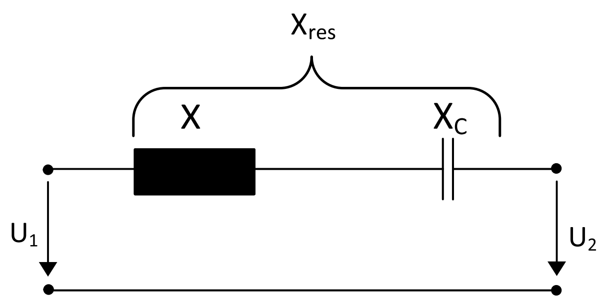
Die Leistung ist maximal für $\vartheta = 90°$, da $P = P_{\mathrm{max}} \cdot \sin\vartheta$.

d)

$$P_1 = \frac{1}{2} \cdot P_{\text{max}} = \frac{28,229\,\text{MW}}{2} = 14,115\,\text{MW}$$

$$\begin{aligned}
P_{\text{max}} \cdot \sin\vartheta &= P_{\text{max}} \cdot \frac{1}{2} \\
\sin\vartheta &= \frac{1}{2} \\
\Rightarrow \vartheta &= 30^\circ
\end{aligned}$$

e) kapazitive Kompensation:



Es soll gelten: $P_1 = P_{\text{max},1} = 28,229\,\text{MW}$ bei $\tilde{\vartheta} = 45^\circ$

$$\begin{aligned}
\tilde{P}_{\text{max}} \cdot \sin\tilde{\vartheta} &\equiv P_{\text{max},1} \\
\frac{1,1 \cdot U_{\text{N}}^2}{X_{\text{res}}} \cdot \sin\tilde{\vartheta} &= \frac{1,1 \cdot U_{\text{N}}^2}{X} \\
X_{\text{res}} &= X \cdot \sin\tilde{\vartheta} \\
&= 471,5\,\Omega \cdot \sin(45^\circ) = 333,4\,\Omega
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_{\text{res}} &= X - \frac{1}{\omega C} \\
C &= \frac{1}{\omega\,(X - X_{\text{res}})} \\
&= \frac{1}{2\pi 50\,\text{Hz} \cdot (471,5 - 333,4)\,\Omega} = 23,05\,\mu\text{F}
\end{aligned}$$

Musterlösung EÜN
Energieübertragung im Drehstromnetz

Aufgabe 3: Ankopplung eines Windparks an das 110-kV-Netz

a) Ersatzimpedanz: $X_{\mathrm{WEA}} = X_{\mathrm{G}} + X_{\mathrm{T}}$

Bezugsspannung: $U_{\mathrm{B}} = 20\,\mathrm{kV}$

$$X_{\mathrm{U}} = \omega L_{\mathrm{f}} \cdot \frac{U_{\mathrm{B}}^2}{U_{\mathrm{r}}^2} = 26,39\,\Omega$$

$$X_{\mathrm{T}} = u_{\mathrm{k}} \cdot \frac{U_{\mathrm{N}}^2}{S_{\mathrm{N}}} = 0,07 \cdot \frac{(20\,\mathrm{kV})^2}{3,5\,\mathrm{MVA}} = 8\,\Omega$$

$$\Rightarrow X_{\mathrm{WEA}} = 34,39\,\Omega$$

b) Parallelschaltung von 20 Windenergieanlagen:

Bezugsspannung: $U_{\mathrm{B}} = 110\,\mathrm{kV}$

$$X_{\mathrm{20WEA,110}} = \frac{1}{20} \cdot X_{\mathrm{WEA,20}} \cdot \frac{(110\,\mathrm{kV})^2}{(20\,\mathrm{kV})^2} = 52,01\,\Omega$$
$$X_{\mathrm{T,110}} = u_{\mathrm{k}} \cdot \frac{U_{\mathrm{B}}^2}{S_{\mathrm{N}}} = 0,12 \cdot \frac{(110\,\mathrm{kV})^2}{80\,\mathrm{MVA}} = 18,15\,\Omega$$

$$X_{\mathrm{ges}} = X_{\mathrm{20WEA,110}} + X_{\mathrm{T,110}} = 70,16\,\Omega$$

c) 110-kV-Kabel:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \sqrt{\frac{0,46\,\frac{\mathrm{mH}}{\mathrm{km}}}{133\,\frac{\mathrm{nF}}{\mathrm{km}}}} = 58,81\,\Omega$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta_0} = \frac{2\pi}{2\pi f\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{f\sqrt{L'C'}}$$
$$= \frac{1}{50\,\mathrm{Hz} \cdot \sqrt{0,46\,\frac{\mathrm{mH}}{\mathrm{km}} \cdot 133\,\frac{\mathrm{nF}}{\mathrm{km}}}} = 2556,97\,\mathrm{km}$$

d) Übertragungsstrecke: Serienschaltung aus konzentrierten Elementen (Umrichter und Transformatoren) und einer elektrisch langen Leitung.

$\Rightarrow$ Bildung von Ersatzimpedanzen sinnvoll:

$$X_{\mathrm{Kabel}} = Z_0 \cdot sin(2\pi\frac{l}{\lambda}) = 7,21\Omega$$
$$X_{\mathrm{U,T}} = X_{\mathrm{ges}} \cdot cos(2\pi\frac{l}{\lambda}) = 69,63\Omega$$

Für die eingespeiste Wirkleistung gilt:

$$P_1 = \frac{U_{\mathrm{U}} \cdot U_2}{X_{\mathrm{Kabel}} + X_{\mathrm{U,T}}} \cdot sin(\vartheta)$$

Gleichung nach ϑ umstellen, Bezugsspannung ist $U_{\mathrm{B}} = 110\,kV$:

$$\begin{aligned}\vartheta &= arcsin\left(P_1 \cdot \frac{X_{\mathrm{Kabel}} + X_{\mathrm{U,T}}}{U_{\mathrm{U}} \cdot U_2}\right)\\ &= arcsin\left(60\,MW \cdot \frac{7,21\,\Omega + 69,63\,\Omega}{110\,kV \cdot 110\,kV}\right) = 22,40^\circ\end{aligned}$$

Für die eingespeiste Blindleistung des Umrichters gilt:

$$\begin{aligned}Q_1 &= \frac{U_{\mathrm{U}}^2 \cdot cos(2\pi\frac{l}{\lambda}) - U_{\mathrm{U}}U_2 \cdot cos(\vartheta)}{X_{\mathrm{Kabel}} + X_{\mathrm{U,T}}}\\ &= \frac{(110\,kV)^2 \cdot cos(2\pi\frac{50\,km}{2557\,km}) - 110\,kV \cdot 110\,kV \cdot cos(22,40^\circ)}{7,21\,\Omega + 69,63\,\Omega} = 10,69\,MVar\end{aligned}$$

Für die in das Netz eingespeiste Blindleistung gilt:

$$\begin{aligned}Q_2 &= \frac{U_{\mathrm{U}}U_2 \cdot cos(\vartheta) + U_2^2 \cdot \frac{X_{\mathrm{ges}}}{X_{\mathrm{Kabel}}}}{X_{\mathrm{Kabel}} + X_{\mathrm{U,T}}} - \frac{{U_2}^2 \cdot cos(2\pi\frac{l}{\lambda})}{X_{\mathrm{Kabel}}}\\ &= \frac{110\,kV \cdot 110\,kV \cdot cos(22,40^\circ) + 110\,kV^2 \cdot \frac{70,16\,\Omega}{7,21\,\Omega}}{7,21\,\Omega + 69,63\,\Omega} - \frac{110\,kV^2 \cdot cos(2\pi\frac{50\,km}{2557\,km})}{7,21\,\Omega}\\ &= 12,37\,MVar\end{aligned}$$

Für den Umrichter gilt: EZS, $P > 0$ und $Q > 0$. Er ist also eine induktive Quelle und speist induktive Blindleistung in die Strecke ein.
Für die Leitung gilt: EZS, $P > 0$ und $Q > 0$. Sie ist also eine induktive Quelle und speist induktive Blindleistung ins Netz ein.

e) Durch die Veränderung der Kabellänge müssen für die Berechnung von Q_1 und Q_2 zuerst die Impedanzen X_{Kabel} und $X_{\mathrm{U,T}}$ neu bestimmt werden, sowie der neue Übertragungswinkel ϑ:

$$X_{\mathrm{Kabel}} = Z_0 \cdot sin(2\pi\frac{l}{\lambda}) = 39,53\Omega$$
$$X_{\mathrm{U,T}} = X_{\mathrm{ges}} \cdot cos(2\pi\frac{l}{\lambda}) = 51,94\Omega$$

Für ϑ gilt dann:

$$\begin{aligned}\vartheta &= arcsin\left(P_1 \cdot \frac{X_{\mathrm{Kabel}} + X_{\mathrm{U,T}}}{U_{\mathrm{U}} \cdot U_2}\right)\\ &= arcsin\left(60\,MW \cdot \frac{39,53\,\Omega + 51,94\,\Omega}{110\,kV \cdot 110\,kV}\right) = 26,97^\circ\end{aligned}$$

Nun kann Q_1 berechnet werden:

$$\begin{aligned}Q_1 &= \frac{U_{\mathrm{U}}^2 \cdot cos(2\pi\frac{l}{\lambda}) - U_{\mathrm{U}}U_2 \cdot cos(\vartheta)}{X_{\mathrm{Kabel}} + X_{\mathrm{U,T}}}\\ &= \frac{(110\,kV)^2 \cdot cos(2\pi\frac{300\,km}{2557\,km}) - 110\,kV \cdot 110\,kV \cdot cos(26,97^\circ)}{39,53\,\Omega + 51,94\,\Omega} = -19,95\,MVar\end{aligned}$$

Für die in das Netz eingespeiste Blindleistung Q_2 gilt nun:

$$
\begin{aligned}
Q_2 &= \frac{U_{\mathrm{U}} U_2 \cdot cos(\vartheta) + U_2^2 \cdot \frac{X_{\mathrm{ges}}}{X_{\mathrm{Kabel}}}}{X_{\mathrm{Kabel}} + X_{\mathrm{U,T}}} - \frac{{U_2}^2 \cdot cos(2\pi \frac{l}{\lambda})}{X_{\mathrm{Kabel}}} \\
&= \frac{110\,kV \cdot 110\,kV \cdot cos(26,97^\circ) + 110\,kV^2 \cdot \frac{70,16\,\Omega}{39,53\,\Omega}}{39,53\,\Omega + 51,94\,\Omega} - \frac{110\,kV^2 \cdot cos(2\pi \frac{300\,km}{2557\,km})}{39,53\,\Omega} \\
&= 126,01\,MVar
\end{aligned}
$$

Einordnung der Blindleistung: Betrachtet man das Netz als Verbraucher für die Leistung die das Übertragungssystem bereitstellt, so ergibt sich $P > 0$ und $Q > 0$ und damit eine induktive Last. Das Netz bezieht also von der Leitung induktive Blindleistung, was im Umkehrschluss bedeutet, dass es kapazitive Blindleitung in die Leitung einspeist. Das Kabel bezieht damit vom Netz wie zu erwarten kapazitive Blindleistung.

Einordnung des Betriebszustands: Das Netz muss für das lange Kabel einen erheblichen Blindleistungsaufwand bringen, welcher wiederum hohe Verluste mit sich bringt. Daher wäre dies kein wünschenswerter Betriebszustand. Eine Anbindung von Offshore-Windparks mit Drehspannungskabel ist daher für weite Übertragungsstrecken ausgeschlossen.

f) Der einzige Parameter, der in dem betrachteten Übertragungssystem tatsächlich gezielt verändert werden kann, ist die Ausgangsspannung des Umrichters. Diese kann in den Grenzen, für die das Betriebsmittel ausgelegt wurde, erhöht bzw. abgesenkt werden. Es gelten die selben Gleichungen wie in d. und e.:

$$
\vartheta = arcsin\left(P_1 \cdot \frac{X_{\mathrm{Kabel}} + X_{\mathrm{U,T}}}{U_{\mathrm{U}} \cdot U_2}\right) \tag{1}
$$

$$
Q_2 = \frac{U_{\mathrm{U}} U_2 \cdot cos(\vartheta) + U_2^2 \cdot \frac{X_{\mathrm{ges}}}{X_{\mathrm{Kabel}}}}{X_{\mathrm{Kabel}} + X_{\mathrm{U,T}}} - \frac{{U_2}^2 \cdot cos(2\pi \frac{l}{\lambda})}{X_{\mathrm{Kabel}}} \tag{2}
$$

Mit der Bedingung $Q_2 = 0\,Var$ und dem Ersetzen von ϑ durch Gleichung 1 kann Gleichung 2 theoretisch nach U_{U} umgestellt werden. Analytisch ist diese Auflösung jedoch nicht möglich. Die resultierende Gleichung lautet:

$$
Q_2 = \frac{U_{\mathrm{U}} U_2 \cdot cos\left(arcsin\left(P_1 \cdot \frac{X_{\mathrm{Kabel}} + X_{\mathrm{U,T}}}{U_{\mathrm{U}} \cdot U_2}\right)\right) + U_2^2 \cdot \frac{X_{\mathrm{ges}}}{X_{\mathrm{Kabel}}}}{X_{\mathrm{Kabel}} + X_{\mathrm{U,T}}} - \frac{{U_2}^2 \cdot cos(2\pi \frac{l}{\lambda})}{X_{\mathrm{Kabel}}} = 0\,Var \tag{3}
$$

Bild 3.3 auf dem Übungsblatt zeigt den Verlauf der drei Größen Q_1,Q_2 und ϑ über der Umrichterspannung U_{U}. Es kann abgelesen werden, dass Q_2 zu $0\,Var$ wird, wenn $U_{\mathrm{U}} = 765\,V$. Nachrechnen mit Formel 3 ergibt $Q_2 = 0,149\,MVar$.
Der Übertragungswinkel ϑ ergibt sich zu 20,1°, Q_1 ist $-7,67\,MVar$. Der Umrichter speist jetzt kapazitive Blindleistung ein.

Aufgabe 4: Ausgleichsschwingung des Leitungswinkels bei der Leistungsänderung der Kraftwerksturbine

a) Bezugsspannung: $U_{\mathrm{B}} = 27$ kV

$$X_{\mathrm{d}} = 2\pi f \cdot L_{\mathrm{d}} = 2\pi \cdot 60\mathrm{Hz} \cdot 1,99\,\mathrm{mH} = 0,7502\,\Omega$$
$$X_{\mathrm{T}} = u_{\mathrm{k}} \cdot \frac{U_{\mathrm{B}}^2}{S_{\mathrm{N,T}}} = 0,16 \cdot \frac{(27\,\mathrm{kV})^2}{600\,\mathrm{MVA}} = 0,1944\,\Omega$$
$$X_{\mathrm{L}} = X_{\mathrm{L}}' \cdot l \cdot \left(\frac{27}{400}\right)^2 = 0,26\frac{\Omega}{\mathrm{km}} \cdot 5\ \mathrm{km} \cdot \left(\frac{27}{400}\right)^2 = 5,9\ \mathrm{m}\Omega$$
$$X_{27} = X_{\mathrm{d}} + X_{\mathrm{T}} + X_{\mathrm{L}} = 0,9505\,\Omega$$

$$\text{vgl. } X_{400} = X_{27} \cdot \left(\frac{400}{27}\right)^2 = 208,6145\,\Omega$$

b)

$$P_1 = S_{\mathrm{N,G}} \cdot \cos\varphi = 555\,\mathrm{MVA} \cdot 0,9 = 499,5\,\mathrm{MW}$$
$$Q_1 = S_{\mathrm{N,G}} \cdot \sin\varphi = 555\,\mathrm{MVA} \cdot \sin(25,84^\circ) = 241,902\,\mathrm{MVAr}$$

mit $\cos\varphi = 0,9 \Rightarrow \varphi = 25,84^\circ$

c)

$$P_1 = P_{\max} \cdot \sin\vartheta = \frac{U_{\mathrm{P}} U_2}{X_{27}} \cdot \sin\vartheta = \frac{U_{\mathrm{B}}^2}{X_{27}} \cdot \sin\vartheta$$
$$\vartheta = \arcsin\left(\frac{P_1 \cdot X_{27}}{U_{\mathrm{B}}^2}\right) = \arcsin\left(\frac{499,5\,\mathrm{MW} \cdot 0,9505\Omega}{(27\,\mathrm{kV})^2}\right)$$
$$= 40,637^\circ$$

d) Endwert des Leitungswinkels:

$$P_{\max} = \frac{U_{\mathrm{B}}^2}{X_{27}} = \frac{(27\,\mathrm{kV})^2}{0,9505} = 766,965\,\mathrm{MW} \qquad \vartheta_0 = 40,637^\circ = 0,7092\,\mathrm{rad}$$
$$\Delta P_{\mathrm{T}} = -50\,\mathrm{MW} \qquad \text{Vorzeichen beachten: Lastabwurf } \rightarrow \vartheta \text{ verringert sich}$$

$$\vartheta_\infty = \vartheta_0 + \frac{\Delta P_{\mathrm{T}}}{P_{\max} \cdot \cos(\vartheta_0)}$$
$$= 0,7092 - \frac{50\,\mathrm{MW}}{766,965\,\mathrm{MW} \cdot \cos(40,637^\circ)}$$
$$= 0,7092 - 0,0859 = 0,6233\ \mathrm{rad}$$
$$= 40,637^\circ - 4,92^\circ = 35,717^\circ$$

Natürlich kann der neue Leitungswinkel auch über die bekannte Formel zu

$$\vartheta = arcsin\left((P_1 + \Delta P) \cdot \frac{X_{27}}{U_{\mathrm{P}} \cdot U_2}\right) = 35,88^\circ$$

berechnet werden. Die Gleichung ϑ_∞ dient lediglich zur Vorführung des Linearisierungsprozesses. Wie man sieht, liefert sie trotz der Linearisierung ein Ergebnis, dass sehr gut mit der Realität übereinstimmt.

Zeitkonstante τ:

$$\Omega_0 = 2\pi\, n_0 = 2\pi \frac{f}{p} = 2\pi \frac{60\,\mathrm{Hz}}{1}$$

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{2J \cdot \frac{\Omega_0}{p}}{D} \\ &= \frac{2 \cdot 28000\,\mathrm{kgm}^2 \cdot 2\pi 60\,\mathrm{Hz}}{1 \cdot 88\,\mathrm{MWs}} = 0,2399\,\mathrm{s}\end{aligned}$$

Oszillationsfrequenz des Leitungswinkels:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \sqrt{\frac{P_{\max} \cdot \cos(\vartheta_0)}{J \cdot \frac{\Omega_0}{p}} - \left(\frac{1}{\tau}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{766,965\,\mathrm{MW} \cdot \cos(40,637^\circ)}{28000\,\mathrm{kgm}^2 \cdot \frac{2\pi 60\,\mathrm{Hz}}{1}} - \left(\frac{1}{0,2399\,\mathrm{s}}\right)^2} \\ &= 6,145 \frac{1}{\mathrm{s}}\end{aligned}$$

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 0,978\,\mathrm{Hz}$$

Aufgabe 5: Stabilität einer Kraftwerkseinspeisung bei einer Kurzunterbrechung

a)

$$\begin{aligned}P_{1,\mathrm{N}} &= P_{\mathrm{N,G}} = S_{\mathrm{N,G}} \cdot \cos\varphi \\ &= 580\,\mathrm{MVA} \cdot 0,88 = 510,4\,\mathrm{MW}\end{aligned}$$

b) Bezugsspannung: $U_\mathrm{B} = 400\,\mathrm{kV}$

Annahme: Generatorverluste vernachlässigbar, d.h. $P_1 = P_{\mathrm{N,G}} = P_\mathrm{m}$

$$\begin{aligned}P_{\mathrm{N,G}} &= P_{\max} \cdot \sin\vartheta = \frac{U_P U_2}{X} \cdot \sin\vartheta \\ \sin\vartheta &= \frac{P_{\mathrm{N,G}} \cdot X}{U_\mathrm{B}^2} \\ \vartheta &= \arcsin\left(\frac{P_{\mathrm{N,G}} \cdot X}{U_\mathrm{B}^2}\right) \\ &= \arcsin\left(\frac{510,4\,\mathrm{MW} \cdot 219,48\,\Omega}{(400\,\mathrm{kV})^2}\right) = 44,438^\circ\end{aligned}$$

c) zeitlicher Verlauf des Polradwinkels:

$$\begin{aligned}\vartheta\,(t) &= \vartheta_0 + \frac{P_\mathrm{m}}{2J\frac{\Omega_0}{p}} \cdot t^2 \\ &= 0,7756 + \frac{510,4\,\mathrm{MW}}{2 \cdot 30000\,\mathrm{kgm}^2 \cdot 100\,\pi\,\mathrm{Hz}} \cdot t^2 \\ &= 0,7756 + 27,0776\frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot t^2 \\ &= 44,438^\circ + 1551,432^\circ\frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot t^2\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}\Omega_0 &= 2\pi\,n_0 = \frac{2\pi f}{p} = \frac{2\pi\;50\,\mathrm{Hz}}{1} \\ \vartheta_0 &= 44,438^\circ = 0,7756\,\mathrm{rad}\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}\vartheta_{1,\mathrm{krit}} &= \arccos\left[(\pi - 2\vartheta_0) \cdot \sin(\vartheta_0) - \cos(\vartheta_0)\right] \\ &= \arccos\left[(\pi - 2 \cdot 0,7756) \cdot \sin(44,438^\circ) - \cos(44,438^\circ)\right] \\ &= 1,1598\,\mathrm{rad} \mathrel{\widehat{=}} 66,454^\circ\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
t_{\text{krit}} &= \sqrt{\frac{2\,J\frac{\Omega_0}{p}}{P_{\text{m}}} \cdot (\vartheta_{1,\text{krit}} - \vartheta_0)} \\
&= \sqrt{\frac{1}{1551,432\frac{1}{\text{s}^2}} \cdot (66,454^\circ - 44,438^\circ)} \\
&= \sqrt{\frac{1}{27,0776\frac{1}{\text{s}^2}} \cdot (1,1598 - 0,7756)} \\
&= 0,1191\,\text{s} = 119,1\,\text{ms}
\end{aligned}
$$

e)

$$
\begin{aligned}
\vartheta_{1,\text{krit}} - \vartheta_0 &= t_{\text{krit}}^2 \cdot \frac{P_{\text{m}}}{2\,J\frac{\Omega_0}{p}} \\
&= (0,2\,\text{s})^2 \cdot 27,0776\frac{1}{\text{s}^2} = 1,0831\,\text{rad} \mathrel{\widehat{=}} 62,06^\circ
\end{aligned}
$$

aus Diagramm ablesen: $\vartheta_0 \approx 0,4\,\text{rad} \mathrel{\widehat{=}} 22,9^\circ$

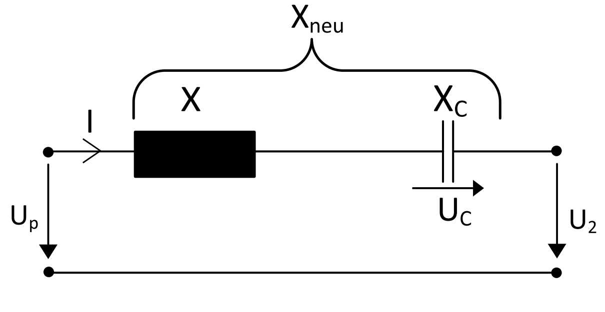
f)

$$
P_{\text{N,G}} = \frac{U_p \cdot U_2}{X} \cdot \sin(\vartheta)
$$

Aufgelöst nach X:

$$
\begin{aligned}
X_{\text{neu}} &= \frac{U_{\text{B}}^2}{P_{\text{N,G}}} \cdot \sin(\vartheta_0) \\
&= \frac{(400\,\text{kV})^2}{510,4\,\text{MW}} \cdot \sin(22,9^\circ) = 121,98\,\Omega
\end{aligned}
$$

g) Kompensation mittels Serienkompensation:



$$
\begin{aligned}
X_{\text{neu}} &= X - X_{\text{C}} = X - \frac{1}{\omega\,C} \\
\Leftrightarrow C &= \frac{1}{(X - X_{\text{neu}}) \cdot \omega} \\
&= \frac{1}{(219,48 - 121,98)\,\Omega \cdot 2\pi 50\,\text{Hz}} = 32,65\,\mu\,\text{F}
\end{aligned}
$$

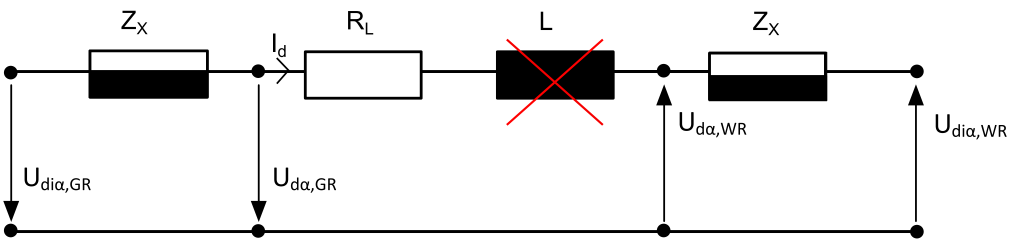
Spannung über C:

$$
\begin{aligned}
P &= \sqrt{3} \cdot U_\mathrm{N} \cdot I \cdot \cos\varphi \\
\Leftrightarrow I &= \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_\mathrm{N} \cdot \cos\varphi} \\
&= \frac{510,4\,\mathrm{MW}}{\sqrt{3} \cdot 400\,\mathrm{kV} \cdot 0,88} = 837,16\,\mathrm{A} \\
\Rightarrow U_\mathrm{C} = X_\mathrm{C} \cdot I &= \frac{1}{2\pi 50\,\mathrm{Hz} \cdot 32,65\,\mu\,\mathrm{F}} \cdot 837,16\,\mathrm{A} = 81,62\,\mathrm{kV}
\end{aligned}
$$

Musterlösung EÜN
Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ)

Aufgabe 6: Monopolare HGÜ-Anlage

ESB aufstellen:



- I_d ideal geglättet $\rightarrow L$ kann vernachlässigt werden
- Transformatoren werden als verlustfrei angenommen $\rightarrow R_\mathrm{k} \approx 0$

a) Widerstand der Leitung:

$$R_\mathrm{L} = R' \cdot l_\mathrm{ges} = 0{,}00995 \frac{\Omega}{\mathrm{km}} \cdot 890\,\mathrm{km} = 8{,}8555\,\Omega$$

Transformatorimpedanz:

$$\begin{aligned} Z_\mathrm{k} &= u_\mathrm{k} \cdot \frac{U_\mathrm{L}^2}{S_\mathrm{rT}} \\ &= 0{,}15 \cdot \frac{(220\,\mathrm{kV})^2}{900\,\mathrm{MVA}} = 8{,}067\,\Omega \end{aligned}$$

Bemerkung: Allgemein gilt: $Z_\mathrm{k,Trafo} = \sqrt{R_\mathrm{k}^2 + X_\mathrm{k}^2}$. Da die Transformatoren hier als verlustfrei betrachtet werden gilt: $Z_\mathrm{k,Trafo} = X_\mathrm{k}$.

$$\begin{aligned} L_\mathrm{k} &= \frac{Z_\mathrm{k}}{\omega} = \frac{Z_\mathrm{k}}{2\,\pi \cdot f} \\ &= \frac{8{,}067\,\Omega}{2\,\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz}} = 25{,}68\,\mathrm{mH} \\ Z_\mathrm{x} &= \frac{p \cdot \omega \cdot L_\mathrm{k}}{2\,\pi} = \frac{p \cdot Z_\mathrm{k}}{2\,\pi} \\ &= \frac{6}{\pi} \cdot Z_\mathrm{k} = 15{,}41\,\Omega \\ &\text{für einen } (p = 12) \text{ -pulsigen Stromrichter} \end{aligned}$$

Zündwinkel α_WR des Wechselrichters:

$$\begin{aligned} U_{\mathrm{d}\alpha,\mathrm{WR}} &= -U_{\mathrm{d}\alpha,\mathrm{GR}} + R_\mathrm{L} \cdot I_\mathrm{d} \\ &= -500\,\mathrm{kV} + 8{,}8555\,\Omega \cdot 3000\,\mathrm{A} = -473{,}43\,\mathrm{kV} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
U_{\mathrm{di\alpha,WR}} = U_{\mathrm{d\alpha,WR}} + Z_{\mathrm{x}} \cdot I_{\mathrm{d}} &\mathrel{\widehat{=}} 2 \cdot 1,35 \cdot U_{\mathrm{L}} \cdot \cos(\alpha_{\mathrm{WR}}) \\
\Longleftrightarrow \cos(\alpha_{\mathrm{WR}}) &= \frac{U_{\mathrm{d\alpha,WR}} + Z_{\mathrm{x}} \cdot I_{\mathrm{d}}}{2 \cdot 1,35 \cdot U_{\mathrm{L}}} \\
&= \frac{-473,43\,\mathrm{kV} + 15,41\,\Omega \cdot 3000\,\mathrm{A}}{2 \cdot 1,35 \cdot 220\,\mathrm{kV}} \\
&= -0,7192 \\
\longrightarrow \alpha_{\mathrm{WR}} &= 136^\circ
\end{aligned}
$$

b) Maximaler Zündwinkel zur Einhaltung der Schonzeit des Thyristors:

$$
\begin{aligned}
\alpha_{\mathrm{max,WR}} &= \pi - u - \gamma \\
\Leftrightarrow \alpha_{\mathrm{max,WR}} + u &= \pi - \omega \cdot t_{\mathrm{c}} = \pi - 2\,\pi\,f \cdot 2\,t_{\mathrm{q}} \\
&= \pi - 2\,\pi\,50\,\mathrm{Hz} \cdot 1,8\,\mathrm{ms} = \pi - 0,565\,\mathrm{rad} \\
&= 2,577\,\mathrm{rad} \mathrel{\widehat{=}} 147,6^\circ
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
I_{\mathrm{d}} &= \frac{\sqrt{2} \cdot U_{\mathrm{L}}}{2\,\omega\,L_{\mathrm{k}}} \cdot [\cos(\alpha) - \cos(\alpha + u)] \\
\Leftrightarrow \cos(\alpha) &= \frac{I_{\mathrm{d}} \cdot 2\,\omega\,L_{\mathrm{k}}}{\sqrt{2} \cdot U_{\mathrm{L}}} + \cos(\alpha + u) \\
&= \frac{3\,\mathrm{kA} \cdot 2 \cdot (2\,\pi\,50\,\mathrm{Hz}) \cdot 25,68\,\mathrm{mH}}{\sqrt{2} \cdot 220\,\mathrm{kV}} + \cos(147,6^\circ) \\
&= -0,6887 \\
\longrightarrow \alpha_{\mathrm{max,WR}} &= 133,5^\circ
\end{aligned}
$$

Somit ist ein sicherer Betrieb bei $\alpha_{\mathrm{WR}} = 136^\circ$ mit diesen Thyristoren nicht möglich.

Maximal mögliche Freiwerdezeit t_{q}:

$$
\begin{aligned}
\cos(\alpha + u) = \cos(\pi - \gamma) &= \cos(\alpha) - \frac{I_{\mathrm{d}} \cdot 2\,\omega\,L_{\mathrm{k}}}{\sqrt{2} \cdot U_{\mathrm{L}}} \\
&= \cos(136^\circ) - \frac{3\,\mathrm{kA} \cdot 2 \cdot (2\,\pi\,50\,\mathrm{Hz}) \cdot 25,68\,\mathrm{mH}}{\sqrt{2} \cdot 220\,\mathrm{kV}} = -0,8749 \\
\longrightarrow (\pi - \gamma) &= 2,636\,\mathrm{rad} \mathrel{\widehat{=}} 151,03^\circ
\end{aligned}
$$

$$
\Leftrightarrow \gamma = 180^\circ - 151,03^\circ = 28,97^\circ
$$

$$
\begin{aligned}
t_{\mathrm{q}} &= \frac{\gamma}{2\,\omega} = \frac{28,97^\circ \cdot \frac{2\,\pi}{360^\circ}}{2 \cdot (2\,\pi\,50\,\mathrm{Hz})} \\
&= \frac{28,97^\circ}{2\,50\,\mathrm{Hz} \cdot 360^\circ} = 804,7\,\mu\mathrm{s}
\end{aligned}
$$

Um $\alpha_{\mathrm{WR}} = 136^\circ$ zu realisieren, werden Thyristoren mit einer Freiwerdezeit von $t_{\mathrm{q}} < 804,7\,\mu\mathrm{s}$ benötigt.

c) Zündwinkel des Gleichrichters:

$$
\begin{aligned}
U_{\mathrm{di}\alpha,\mathrm{GR}} &= U_{\mathrm{d}\alpha,\mathrm{GR}} + Z_{\mathrm{x}} \cdot I_{\mathrm{d}} \\
\text{und } U_{\mathrm{di}\alpha,\mathrm{GR}} &= 2 \cdot 1,35 \cdot U_{\mathrm{L}} \cdot \cos(\alpha_{,\mathrm{GR}}) \\
\Rightarrow \cos(\alpha_{\mathrm{GR}}) &= \frac{U_{\mathrm{d}\alpha\mathrm{GR}} + Z_{\mathrm{x}} \cdot I_{\mathrm{d}}}{2 \cdot 1,35 \cdot U_{\mathrm{L}}} \\
&= \frac{500\,\mathrm{kV} + 15,41\,\Omega \cdot 3\,\mathrm{kA}}{2 \cdot 1,35 \cdot 220\,\mathrm{kV}} = 0,9196 \\
\longrightarrow \alpha_{\mathrm{GR}} &= 23,14^{\circ}
\end{aligned}
$$

Bemerkungen:

- Eine Vereinfachung für Fernübertragungen gemäß Glg. 2.107 ist hier nicht richtig, da $Z_{\mathrm{x}} > R_{\mathrm{L}}$ und somit Glg. 2.106 nicht zutreffend ist.
- $U_{\mathrm{di}\alpha}$ für die 12-pulsige DB ergibt sich aus der Betrachtung für 6-pulsige DB gemäß Glg. 2.6 durch Multiplikation mit zwei.

d) Oberschwingungen treten bei 12-pulsigen Stromrichtern bei

$$f_{\mathrm{N}} = n \cdot f_0 = (k \cdot 12 \pm 1) \cdot f_0 \quad \text{mit } k = 1,2,3,\ldots$$

auf.

Effektivwerte der einzelnen Schwingungen:

$$I_{\mathrm{L}n} = \frac{2 \cdot \sqrt{6}}{\pi} \cdot I_{\mathrm{d}} \cdot \left(\frac{1}{\ddot{u}} \cdot \frac{1}{n}\right) \qquad n = 1, 11, 13, 23, 25, \ldots$$

Speisung durch das 400 kV-Netz:

$$\ddot{u} = \frac{400\,\mathrm{kV}}{220\,\mathrm{kV}}$$

Grundschwingung:

$$I_{\mathrm{L1}} = \frac{2 \cdot \sqrt{6}}{\pi} \cdot 3\,\mathrm{kA} \cdot \frac{220}{400} = 2573\,\mathrm{A}$$

Oberschwingungen:

$$
\begin{aligned}
I_{\mathrm{L11}} &= \frac{1}{11} \cdot I_{\mathrm{L1}} = 233,91\,\mathrm{A} \\
I_{\mathrm{L13}} &= \frac{1}{13} \cdot I_{\mathrm{L1}} = 197,92\,\mathrm{A} \\
I_{\mathrm{L23}} &= \frac{1}{23} \cdot I_{\mathrm{L1}} = 111,87\,\mathrm{A} \\
I_{\mathrm{L25}} &= \frac{1}{25} \cdot I_{\mathrm{L1}} = 102,92\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

e) Leistungsbetrachtung für die WR-Seite

Grundschwingungsscheinleistung:

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{L1}} &= \sqrt{3} \cdot U_{\mathrm{L}} \cdot I_{\mathrm{L1}} \\ &= \sqrt{3} \cdot 400\,\mathrm{kV} \cdot 2573\,\mathrm{A} = 1782,63\,\mathrm{MVA} \end{aligned}$$

gesamte Scheinleistung:

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{L}} &= \sqrt{3} \cdot U_{\mathrm{L}} \cdot I_{\mathrm{Leff}} \\ &= \sqrt{3} \cdot 400\,\mathrm{kV} \cdot 2573\,\mathrm{A} \cdot 1,01 = 1800,45\,\mathrm{MVA} \\ \text{mit } I_{\mathrm{Leff}} &= \sqrt{I_{\mathrm{L1}}^2 + I_{\mathrm{L11}}^2 + I_{\mathrm{L13}}^2 + \cdots} \\ &= I_{\mathrm{L1}} \cdot \underbrace{\sqrt{1 + \frac{1}{11^2} + \frac{1}{13^2} + \frac{1}{23^2} + \frac{1}{25^2} + \frac{1}{35^2} + \frac{1}{37^2} + \cdots}}_{\sqrt{1,02} \approx 1,01} \end{aligned}$$

Wirkleistung:

$$\begin{aligned} P_{1,\mathrm{WR}} &= -U_{\mathrm{d}\alpha,\mathrm{WR}} \cdot I_{\mathrm{d}} \\ &= 473,43\,\mathrm{kV} \cdot 3\,\mathrm{kA} = 1420,29\,\mathrm{MW} \end{aligned}$$

gesamte Blindleistung:

$$\begin{aligned} Q &= \sqrt{S_{\mathrm{L}}^2 - P_{1,\mathrm{WR}}^2} \\ &= \sqrt{(1800,45\,\mathrm{MVA})^2 - (1420,29\,\mathrm{MW})^2} = 1106,52\,\mathrm{MVAr} \end{aligned}$$

Grundschwingungsblindleistung:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \sqrt{3} \cdot U_{\mathrm{L}} \cdot I_{\mathrm{L1}} \cdot \sin\varphi \\ &= \sqrt{3} \cdot 400\,\mathrm{kV} \cdot 2573\,\mathrm{A} \cdot \sin(142,86^\circ) = 1076,29\,\mathrm{MVAr} \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \cos(\alpha_{\mathrm{WR}}) - \frac{Z_{\mathrm{x}} \cdot I_{\mathrm{d}}}{U_{\mathrm{di,GR}}} = \cos(\alpha_{\mathrm{WR}}) - \frac{Z_{\mathrm{x}} \cdot I_{\mathrm{d}}}{2 \cdot 1,35 \cdot U_{\mathrm{L}}} \\ &= \cos(136^\circ) - \frac{15,41\,\Omega \cdot 3\,\mathrm{kA}}{2 \cdot 1,35 \cdot 220\,\mathrm{kV}} = -0,7972 \\ \longrightarrow & \varphi = 142,86^\circ \end{aligned}$$

Verzerrungsblindleistung:

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{Q^2 - Q_1^2} \\ &= \sqrt{1106,52^2 - 1076,29^2}\,\mathrm{MVAr} = 256,88\,\mathrm{MVAr} \end{aligned}$$

Die gesamte Scheinleistung teilt sich auf die beiden Transformatoren des Wechselrichters auf. Somit müssen die Stromrichtertransformatoren für $\frac{S_{\mathrm{L}}}{2} = 900,23\,\mathrm{MVA}$ ausgelegt sein.

Musterlösung EÜN
Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ)

Aufgabe 7: Energiefernübertragung mit einer HGÜ-Anlage

a) **Bemerkung**: Die Leiterspannung des Drehstromnetzes liegt am Eingang des 6-pulsigen Stromrichters an. Für den 12-pulsigen Stromrichter werden zwei 6-pulsige SR in Reihe geschaltet, d.h. am Eingang des 12-pulsigen SR liegt die doppelte Leiterspannung $2\,U_\mathrm{L}$ des Drehstromnetzes an.

$$\rightarrow U_{\mathrm{di}\alpha 2} = \mathbf{2} \cdot 1,35 \cdot U_\mathrm{L} \cdot \cos(\alpha_2)$$

$$\begin{aligned}
P_2 &= P_{2,\mathrm{zu}} - R_\mathrm{k} \cdot I_\mathrm{d}^2 \\
&= -U_{\mathrm{d}\alpha 2} \cdot I_\mathrm{d} - R_\mathrm{k} \cdot I_\mathrm{d}^2 \\
&= -\left(U_{\mathrm{di}\alpha 2} - (Z_\mathrm{x} + R_\mathrm{k}) \cdot I_\mathrm{d}\right) \cdot I_\mathrm{d} - R_\mathrm{k} \cdot I_\mathrm{d}^2 \\
&= Z_\mathrm{x} \cdot I_\mathrm{d}^2 - 2 \cdot 1,35 \cdot U_\mathrm{L} \cdot \cos(\alpha_2) \cdot I_\mathrm{d}
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow I_\mathrm{d}^2 - \frac{2 \cdot 1,35 \cdot U_\mathrm{L} \cdot \cos(\alpha_2)}{Z_\mathrm{x}} \cdot I_\mathrm{d} - \frac{P_2}{Z_\mathrm{x}} = 0$$

$$\begin{aligned}
I_{\mathrm{d}1/2} &= \frac{2 \cdot 1,35 \cdot U_\mathrm{L} \cdot \cos(\alpha_2)}{2 \cdot Z_\mathrm{x}} \pm \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 1,35 \cdot U_\mathrm{L} \cdot \cos(\alpha_2)}{2 \cdot Z_\mathrm{x}}\right)^2 + \frac{P_2}{Z_\mathrm{x}}} \\
&= \frac{1,35 \cdot 208,6\,\mathrm{kV} \cdot \cos(143^\circ)}{7\,\Omega} \pm \sqrt{\left(\frac{1,35 \cdot 208,6\,\mathrm{kV} \cdot \cos(143^\circ)}{7\,\Omega}\right)^2 + \frac{1500\,\mathrm{MW}}{7\,\Omega}} \\
&= -32129,11\,\mathrm{A} \pm 35306,73\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow I_\mathrm{d} = 3177,62\,\mathrm{A}$$

b)

$$\begin{aligned}
U_{\mathrm{d}\alpha 2} &= U_{\mathrm{di}\alpha 2} - (Z_\mathrm{x} + R_\mathrm{k}) \cdot I_\mathrm{d} \\
&= 2 \cdot 1,35 \cdot U_\mathrm{L} \cdot \cos(\alpha_2) - (Z_\mathrm{x} + R_\mathrm{k}) \cdot I_\mathrm{d} \\
&= 2 \cdot 1,35 \cdot 208,6\,\mathrm{kV} \cdot \cos(143^\circ) - (7\,\Omega + 0,3\,\Omega) \cdot 3177,62\,\mathrm{A} \\
&= -473004,12\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
U_{\mathrm{d}\alpha 1} &= -U_{\mathrm{d}\alpha 2} + (R_\mathrm{d} + R_\mathrm{L}) \cdot I_\mathrm{d} \\
&= 473004,12\,\mathrm{V} + (0,05\,\Omega + 20\,\Omega) \cdot 3177,62\,\mathrm{A} \\
&= 536715,40\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} P_{1,\mathrm{ab}} &= U_{\mathrm{d}\alpha 1} \cdot I_{\mathrm{d}} \\ &= 536715,40\,\mathrm{V} \cdot 3177,62\,\mathrm{A} \\ &= 1705,48\,\mathrm{MW} \end{aligned}$$

oder alternativ:

$$\begin{aligned} P_{1,\mathrm{ab}} &= P_2 + P_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{k}} \cdot I_{\mathrm{d}}^2 \\ &= P_2 + (R_{\mathrm{d}} + R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{k}}) \cdot I_{\mathrm{d}}^2 \\ &= 1500\,\mathrm{MW} + (0,05\,\Omega + 20\,\Omega + 0,3\,\Omega) \cdot (3177,62\,\mathrm{A})^2 \\ &= 1705,48\,\mathrm{MW} \end{aligned}$$

e)

$$U_{\mathrm{di}\alpha 1} = 2 \cdot 1,35 \cdot U_{\mathrm{L1}} \cdot \cos(\alpha_1) \qquad\qquad U_{\mathrm{di}\alpha 1} = U_{\mathrm{d}\alpha 1} + (R_{\mathrm{k}} + Z_{\mathrm{x}}) \cdot I_{\mathrm{d}}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow U_{\mathrm{L1}} &= \frac{U_{\mathrm{d}\alpha 1} + (R_{\mathrm{k}} + Z_{\mathrm{x}}) \cdot I_{\mathrm{d}}}{2 \cdot 1,35 \cdot \cos(\alpha_1)} \\ &= \frac{536715,40\,\mathrm{V} + 7,3\,\Omega \cdot 3177,62\,\mathrm{A}}{2 \cdot 1,35 \cdot \cos(10°)} \\ &= 210573,92\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

f) gesamte Verlustleistung:

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{V}} &= (2 \cdot R_{\mathrm{k}} + R_{\mathrm{d}} + R_{\mathrm{L}}) \cdot I_{\mathrm{d}}^2 \\ &= (0,6\,\Omega + 0,05\,\Omega + 20\,\Omega) \cdot (3177,62\,\mathrm{A})^2 \\ &= 208,51\,\mathrm{MW} \end{aligned}$$

Musterlösung EÜN
Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ)

Aufgabe 8: Energieversorgung einer Insel über eine HGÜ-Verbindung

a)

$$
\begin{aligned}
P_2 &= -U_{\mathrm{d}\alpha 2} \cdot I_{\mathrm{d}} \\
&= (U_{\mathrm{d}\alpha 1} - (2\,R_{\mathrm{d}} + R_{\mathrm{L}}) \cdot I_{\mathrm{d}}) \cdot I_{\mathrm{d}} \\
&= U_{\mathrm{d}\alpha 1} - (2\,R_{\mathrm{d}} + R_{\mathrm{L}}) \cdot I_{\mathrm{d}}^2
\end{aligned}
$$

$$
\Leftrightarrow I_{\mathrm{d}}^2 - \frac{U_{\mathrm{d}\alpha 1}}{(2\,R_{\mathrm{d}} + R_{\mathrm{L}})} \cdot I_{\mathrm{d}} + \frac{P_2}{(2\,R_{\mathrm{d}} + R_{\mathrm{L}})} = 0
$$

$$
\begin{aligned}
I_{\mathrm{d}1/2} &= \frac{U_{\mathrm{d}\alpha 1}}{2 \cdot (2\,R_{\mathrm{d}} + R_{\mathrm{L}})} \pm \sqrt{\left(\frac{U_{\mathrm{d}\alpha 1}}{2 \cdot (2\,R_{\mathrm{d}} + R_{\mathrm{L}})}\right)^2 - \frac{P_2}{(2\,R_{\mathrm{d}} + R_{\mathrm{L}})}} \\
&= \frac{250\,\mathrm{kV}}{2 \cdot 11,18\,\Omega} \pm \sqrt{\left(\frac{250\,\mathrm{kV}}{2 \cdot 11,18\,\Omega}\right)^2 - \frac{380\,\mathrm{MW}}{11,18\,\Omega}} \\
&= 11180,68\,\mathrm{A} \pm 9540,35\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

$$
\Rightarrow I_{\mathrm{d}} = 1640,33\,\mathrm{A}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
U_{\mathrm{d}\alpha 1} &= 2 \cdot 1,35 \cdot U_{\mathrm{L}1} \cdot \cos(\alpha_1) \\
\Leftrightarrow\ U_{\mathrm{L}1} &= \frac{U_{\mathrm{d}\alpha 1}}{2 \cdot 1,35 \cdot \cos(\alpha_1)} = \frac{250\,\mathrm{kV}}{2 \cdot 1,35 \cdot \cos(12^\circ)} \\
&= 94661,17\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

c)

$$
u = \omega \cdot t_{\mathrm{k}} = 2\,\pi\,50\,\mathrm{Hz} \cdot 0,94\,\mathrm{ms} = 0,2953 \mathrel{\widehat{=}} 16,92^\circ
$$

Aufrunden: $u = 17^\circ$

$$
\begin{aligned}
\alpha_{2,\max} &= 180^\circ - u - \gamma \\
&= 180^\circ - 17^\circ - 15^\circ = 148^\circ
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\gamma &= \omega\, t_{\mathrm{c}} = \omega \cdot 2\, t_{\mathrm{q}} \\
\Leftrightarrow\ t_{\mathrm{q}} &= \frac{\gamma}{2\,\omega} \\
&= \frac{15^\circ \cdot \frac{2\,\pi}{360^\circ}}{2 \cdot (2\,\pi\,50\,\mathrm{Hz})} = \frac{15}{2 \cdot 360 \cdot 50\,\mathrm{Hz}} = 416,67\,\mu\mathrm{s}
\end{aligned}
$$

$\rightarrow$ Für einen sicheren Betrieb ist $t_{\mathrm{q}} < 416\,\mu\mathrm{s}$ zu wählen

d)

$$
\begin{aligned}
P_2 &= -U_{\mathrm{d}\alpha 2} \cdot I_\mathrm{d} = -\left(2 \cdot 1,35 \cdot U_{\mathrm{L2}} \cdot \cos(\alpha_2)\right) \cdot I_\mathrm{d} \\
&= -2 \cdot 1,35 \cdot 100\,\mathrm{kV} \cdot \cos(148^\circ) \cdot 1640,33\,\mathrm{A} = 375,59\,\mathrm{MW} \ < \ 380\,\mathrm{MW}
\end{aligned}
$$

Antwort: Bei einer Netzspannung von 100 kV ist die Übertragung von 380 MW auf die Insel nicht mehr möglich.

Mindestwert der Netzspannung auf der Insel:

$$
\begin{aligned}
U_{\mathrm{L2,min}} &= -\frac{P_2}{2 \cdot 1,35 \cdot \cos(\alpha_2) \cdot I_\mathrm{d}} \\
&= -\frac{380\,\mathrm{MW}}{2 \cdot 1,35 \cdot \cos(148^\circ) \cdot 1640,33\,\mathrm{A}} = 101,2\,\mathrm{kV}
\end{aligned}
$$

Antwort: Ab einer Netzspannung von 101,2 kV kann wieder eine Leistung von 380 MW oder mehr auf die Insel übertragen werden.

e) Gesamtverluste:

$$
\begin{aligned}
P_\mathrm{V} &= (2 \cdot R_\mathrm{d} + R_\mathrm{L}) \cdot I_\mathrm{d}^2 \\
&= 11,18\,\Omega \cdot (1640,33\,\mathrm{A})^2 = 30,08\,\mathrm{MW}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 9: Selbstgeführte Umrichter)

a)

$$\underline{U} = \frac{1}{3}\left(\underline{u}_1 + \underline{a}\underline{u}_2 + \underline{a}^2\underline{u}_3\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(\widehat{U}_{ac,Y} \cdot e^{j\gamma} + \widehat{U}_{ac,Y} \cdot e^{j\gamma - \frac{2\pi}{3}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + \widehat{U}_{ac,Y} \cdot e^{j\gamma - \frac{4\pi}{3}} \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}}\right)$$

$$= \widehat{U}_{ac,Y} \cdot e^{j\gamma}$$

$$\gamma = \frac{4\text{ms}}{20\text{ms}} \cdot 2\pi = 1,2566$$

$$T_0 = \frac{1}{f} = \frac{1}{4\text{kHz}} = 250\mu s$$

Da $\frac{2\pi}{6} < \gamma < \frac{4\pi}{6}$ gilt, wird der Raumzeiger aus den Schaltzuständen 2, 3 und 7+8 erzeugt:

$$T_2 = \frac{|\underline{U}| \cdot T_0}{U_{dc}} \cdot \sqrt{3} \cdot sin\left(\frac{2\pi}{6} - \left(\gamma - \frac{2\pi}{6}\right)\right) = 0,4827 \cdot 250\mu s = 120,3\mu s$$

$$T_3 = \frac{|\underline{U}| \cdot T_0}{U_{dc}} \cdot \sqrt{3} \cdot sin\left(\gamma - \frac{2\pi}{6}\right) = 0,1350 \cdot 250\mu s = 34,3\mu s$$

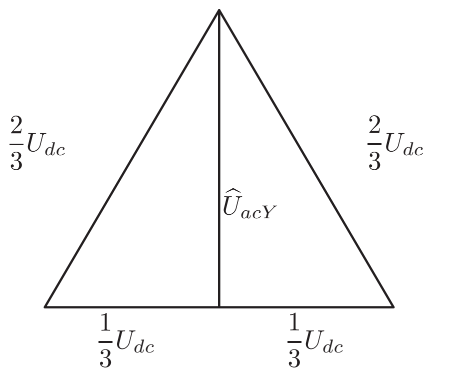
$$T_{7,8} = T_0 - T_2 - T_3 = 95,4\mu s$$

Die Schaltreihenfolge ergibt sich dann zu: $2 \to 3 \to 8 \to 3 \to 2 \to 7$.

Die Schaltzustände wiederholen sich fortlaufend bis ein neuer Spannungszeigerwert berechnet wurde. Bei der Reihenfolge zu beachten ist, dass lediglich eine Schalterstellung je Schaltzustandsänderung angepasst werden soll, damit die Schaltverluste minimiert werden.

b)

$$\widehat{U}_{ac,Y,max} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}U_{dc}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}U_{dc}\right)^2} = \frac{U_{dc}}{\sqrt{3}}$$



$$\widehat{U}_{ac,Y} = \frac{20\text{kV}}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2} = \frac{U_{dc,min}}{\sqrt{3}}$$

$$U_{dc,min} = 28,3\text{kV} < 40\text{kV}$$

Ja, der Umrichter kann grundsätzlich an ein 20kV - Netz angeschlossen werden.

c) Jeder Arm muss die volle DC Ausgangsspannung (von Klemme zu Klemme) mit seinen m Submodulen bereitstellen können.

$$m = 200$$

$$U_{DC} = +300\text{kV} - (-300\text{kV}) = 600\text{kV}$$

$$U_{SM} = \frac{U_{DC}}{m} = \frac{600\text{kV}}{200} = 3\text{kV}$$

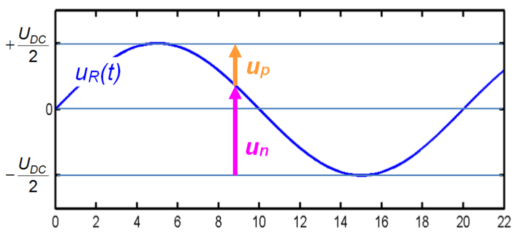
d)

$$u_p = \frac{U_{dc}}{2} - u_R = \frac{U_{dc}}{2} - (-100\text{kV}) = 400\text{kV}$$

$$N_p = \left(\frac{2 \cdot u_R}{U_{dc}} - 1\right) \cdot \frac{-m}{2}$$

$$= \left(\frac{2 \cdot -100\text{kV}}{600\text{kV}} - 1\right) \cdot \frac{-200}{2} = 134$$

$$N_n = m - N_n = 66$$



e)

$$C_E = \frac{2 \cdot m}{3\omega \cdot \epsilon \cdot A} \cdot \frac{S}{U_{DC}^2} = \frac{2 \cdot 200 \cdot 500\text{MVA}}{2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot 0,03 \cdot 0,95 \cdot (600\text{kV})^2} = 20,683\text{mF}$$

Musterlösung EÜN
FACTS

Aufgabe 10: FC-TCR (Thyristor Controlled Reactor)

a) Der FC-TCR gehört zu den parallelen FACTS. Somit liegt hier entweder Leiter-Leiter- oder Leiter-Erde-Spannung an. In der Aufgabenstellung wird explizit von einer Sternschaltung gesprochen, weswegen über diesem FC-TCR die Leiter-Erde-Spannung anliegt.

$$U_0 = \frac{U_\mathrm{N}}{\sqrt{3}} = \frac{20\,\mathrm{kV}}{\sqrt{3}} = 11{,}547\,\mathrm{kV}$$

b)
- beide Ventile (T1 und T2) sperren $\rightarrow L$ ist unwirksam
- der 3-phasige FC-TCR kompensiert $Q \rightarrow Q_{\text{FC-TCR}} = Q = -0{,}377\,\mathrm{MVAr}$
- Die Spannung U_0 wird als rein real angenommen, hat also keinen Imaginärteil. Daher ist der Strom I_C rein imaginär und Q ergibt sich aus der Multiplikation der beiden Größen.

$$Q_{\text{FC-TCR}} = 3 \cdot U_0 \cdot I_\mathrm{C} = 3 \cdot \frac{U_0^2}{-X_\mathrm{C}} = -3 \cdot U_0^2 \cdot \omega\, C$$

Nach C aufgelöst:

$$C = \frac{-Q}{3 \cdot U_0^2 \cdot \omega} = \frac{-Q}{\left(\sqrt{3} \cdot U_0\right)^2 \cdot \omega}$$
$$= \frac{-0{,}377\,\mathrm{MVAr}}{(20\,\mathrm{kV})^2 \cdot 2\,\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz}} = 3\,\mu\mathrm{F}$$

c) Die Filterimpedanz Z_F setzt sich aus der Serienschaltung von Spule und Kondensator zusammen:

$$\underline{Z}_\mathrm{F} = \frac{1}{j\omega\, C_1} + j\,\omega\, L_1$$

- Minimum bei der 5. Harmonischen:

$$-\frac{1}{5\,\omega_0 \cdot C_1} + 5\,\omega_0 \cdot L_1 = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad L_1 \cdot C_1 = \frac{1}{(5\,\omega_0)^2}$$

- Vorgebener Wert bei Netzfrequenz ω_0:

$$X_\mathrm{C}(\omega_0) = -\frac{1}{\omega_0 \cdot C}$$
$$-\frac{1}{\omega_0\, C_1} + \omega_0\, L_1 = -\frac{1}{\omega_0 \cdot C}$$

- Minimum bei der 5. Harmonischen einsetzen: $\frac{1}{\omega_0 C_1} = 25\omega_0 L_1$

$$\begin{aligned}
-25\,\omega_0 \cdot L_1 + \omega_0 \cdot L_1 &= -\frac{1}{\omega_0 \cdot C} \\
L_1 &= \frac{1}{24\,\omega_0^2 \cdot C} \\
L_1 &= \frac{1}{24 \cdot (2\,\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz})^2 \cdot 3\,\mu\mathrm{F}} = 140,72\,\mathrm{mH}
\end{aligned}$$

- Rückeinsetzen in Minimum bei der 5. Harmonischen:

$$\rightarrow C_1 = \frac{1}{25 \cdot (2\,\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz})^2 \cdot 140,72\,\mathrm{mH}} = 2,88\,\mu\mathrm{F}$$

d) $\alpha = 0°$ $\Rightarrow$ Thyristoren leiten durchgehend
$\Rightarrow$ Parallelschaltung $L||C$ ist wirksam

$$\begin{aligned}
\underline{Z}(\alpha = 0) &= \frac{j\,\omega\,L \cdot \frac{1}{j\,\omega\,C}}{j(\omega\,L - \frac{1}{\omega\,C})} \\
&= j\frac{\omega\,L}{1 - \omega^2 \cdot L\,C} = j \cdot X
\end{aligned}$$

Da sich der FC-TCR insgesamt wie eine Spule verhalten soll gilt für $Q_{\text{FC-TCR}}$ ein positives Vorzeichen:

$$\begin{aligned}
Q_{\text{FC-TCR}} = Q &= 3 \cdot U_0 \cdot I \\
&= 3 \cdot \frac{U_0^2}{X} \\
&= \underbrace{(\sqrt{3} \cdot U_0)^2}_{U_\mathrm{N}^2} \cdot \frac{1 - \omega^2 \cdot L\,C}{\omega\,L}
\end{aligned}$$

nach L aufgelöst:

$$\begin{aligned}
L &= \frac{U_\mathrm{N}^2}{\omega\,Q + U_\mathrm{N}^2 \cdot \omega^2\,C} \\
&= \frac{(20\,\mathrm{kV})^2}{(2\,\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz}) \cdot 0,377\,\mathrm{MVAr} + (20\,\mathrm{kV})^2 \cdot (2\,\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz})^2 \cdot 3\,\mu\mathrm{F}} \\
&= 1,689\,\mathrm{H}
\end{aligned}$$

Ein alternativer Lösungsweg findet sich in der Lösung zum Beiblatt 3.

Bemerkung: Es muss hier mit der effektiven Kapazität C und nicht mit dem reinen Bauteilwert C_1 aus c) gerechnet werden, da der Thyristor-kontrollierten Spule die Serienschaltung aus C_1 und L_1 und somit das Ersatzbauteil C parallel geschaltet ist.

e) Der Strom durch die Thyristoren und die Spule ist maximal wenn Steuerwinkel $\alpha = 0$. Für den in diesem Fall auftretenden Stromeffektivwert müssen die Halbleiter mindestens ausgelegt sein:

$$I_\mathrm{L} = \frac{U_0}{\omega\,L} = \frac{11,547\,\mathrm{kV}}{2\,\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz} \cdot 1,689\,\mathrm{H}} = 21,76\,A$$

Die Thyristoren müssen für eine Spitzenspannung von $\sqrt{2} \cdot U_0$ ausgelegt sein.
Die Anzahl an seriellen Thyristoren ergibt sich somit zu:

$$\begin{aligned}
N &\geq \frac{\sqrt{2} \cdot U_0}{8\,\mathrm{kV}} \\
&\geq \frac{\sqrt{2} \cdot 11,547\,\mathrm{kV}}{8\,\mathrm{kV}} = 2,041 \\
&\Longrightarrow N = 3
\end{aligned}$$

Musterlösung EÜN
FACTS

Aufgabe 11: Erhöhung der Stabilität einer Leitung mit einem TCSC

a) Impedanz der Leitung:

$$\begin{aligned} R_\mathrm{L} &= R' \cdot l = 0{,}25\,\frac{\Omega}{\mathrm{km}} \cdot 100\,\mathrm{km} = 25\,\Omega \\ \Leftrightarrow L_\mathrm{L} &= L' \cdot l = 1{,}1\,\frac{\mathrm{mH}}{\mathrm{km}} \cdot 100\,\mathrm{km} = 110\,\mathrm{mH} \end{aligned}$$

Für den Längsspannungsabfall gilt dann folgendes. Eine ausführliche Herleitung findet sich in den Lösungen zu Beiblatt 3.

$$\Delta U_{\mathrm{l,L}} = \frac{P}{\sqrt{3}U_\mathrm{r}} \cdot (R_\mathrm{L} + X_\mathrm{L} \cdot \tan\varphi)$$

Für den Längsspannungsabfall über dem TCSC gilt:

$$\Delta U_{\mathrm{l,C}} = \frac{P}{\sqrt{3}U_\mathrm{r}} \cdot (-X_\mathrm{C}) \cdot \tan\varphi \qquad \text{mit } X_\mathrm{C} = \frac{1}{\omega\,C}$$

Gleichsetzen:

$$\begin{aligned} -\Delta U_{\mathrm{l,C}} &= \Delta U_{\mathrm{l,L}} \\ X_\mathrm{C} \cdot \tan\varphi &= R_\mathrm{L} + X_\mathrm{L} \cdot \tan\varphi \\ X_\mathrm{C} &= \frac{R_\mathrm{L}}{\tan\varphi} + X_\mathrm{L} \\ X_\mathrm{C} &= \frac{R_\mathrm{L}}{\tan\varphi} + 2\pi\, f \cdot L_\mathrm{L} \end{aligned}$$

$\cos\varphi = 0{,}7:$

$$\begin{aligned} X_\mathrm{C} &= \frac{25\,\Omega}{\tan(45{,}57°)} + 2\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz} \cdot 110\,\mathrm{mH} = 59{,}06\,\Omega \\ C_{0,7} &= \frac{1}{2\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz} \cdot 59{,}06\,\Omega} = 53{,}9\,\mu\mathrm{F} \end{aligned}$$

$\cos\varphi = 0{,}95:$

$$\begin{aligned} X_\mathrm{C} &= \frac{25\,\Omega}{\tan(18{,}195°)} + 2\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz} \cdot 110\,\mathrm{mH} = 110{,}62\,\Omega \\ C_{0,95} &= \frac{1}{2\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz} \cdot 110{,}62\,\Omega} = 28{,}78\,\mu\mathrm{F} \end{aligned}$$

Es wird der größere Kapazitätswert ($C_{0,7} = 53{,}9\,\mu$F; $X_\mathrm{C} = 59{,}06\,\Omega$) gewählt, der bei Bedarf für $\cos\varphi = 0{,}95$ durch geeignete Wahl von α auf einen niedrigeren resultierenden Wert geregelt werden kann. Zur Erinnerung: Ein größerer Kapazitätswert führt zu einer betragsmäßig geringeren Reaktanz des TCSC was für die Kompensation kleinerer $\cos(\phi)$ benötigt wird. Betragsmäßig größere Reaktanz lassen sich über die Regelung der Thyristoren fast beliebig erreichen. Negative Reaktanzen zwischen 0 und $-X_\mathrm{C}$ dahingegen nicht.

b) Der Verbraucher nimmt die maximal mögliche Wirkleistung bei $\cos\varphi = 0{,}95$ auf ($P = \sqrt{3} \cdot U_\mathrm{L} \cdot I \cdot \cos\varphi$).

$$\frac{X_\mathrm{C}}{X_\mathrm{L}} = \frac{1}{\omega^2 \cdot L\,C} = k = 3...6$$
$$L = \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{\omega^2 \cdot L\,C}$$

Für eine kostengünstige und daher kleine Induktivität muss k groß gewählt werden $\longrightarrow k = 6$:

$$L = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{(2\,\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz})^2 \cdot 53{,}9\,\mu\mathrm{F}} = 31{,}33\,\mathrm{mH}$$

Bestimmung von β aus dem Diagramm in 14.2:

$$X_\mathrm{TCSC} = -\frac{1}{\omega \cdot C} + \omega \cdot L \overset{!}{=} -\frac{1}{\omega \cdot C_{0,95}} = -110{,}62\,\Omega$$

$$\frac{X_\mathrm{TCSC}}{X_\mathrm{C}} = \frac{-110{,}62\,\Omega}{59{,}06\,\Omega} = -1{,}87 \quad \rightarrow \quad \beta = 29{,}3^\circ$$

c)

$$\Delta U_\mathrm{TCSC} = -\Delta U_\mathrm{L}$$
$$X_\mathrm{TCSC} \cdot \tan\varphi = -\left(R_\mathrm{L} + X_\mathrm{L} \cdot \tan\varphi\right)$$
$$X_\mathrm{TCSC} = -\left(\frac{R_\mathrm{L}}{\tan\varphi} + X_\mathrm{L}\right)$$
$$= -\left(\frac{25\,\Omega}{\tan(41{,}41^\circ)} + 2\,\pi \cdot 110\,\mathrm{mH}\right) = -62{,}9\,\Omega$$
$$\text{mit } \cos\varphi = 0{,}75 \longrightarrow \varphi = 41{,}41^\circ$$

Bestimmung von β aus dem Diagramm in 14.2:

$$\frac{X_\mathrm{TCSC}}{X_\mathrm{C}} = \frac{-62{,}9\,\Omega}{59{,}06\,\Omega} = -1{,}07 \quad \longrightarrow \quad \beta = 16^\circ$$

d) Strom durch die Leitung:

$$I_\mathrm{L} = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_\mathrm{N} \cdot \cos\varphi}$$
$$= \frac{250\,\mathrm{MW}}{\sqrt{3} \cdot 110\,\mathrm{kV} \cdot 0{,}75} = 1749{,}5\,\mathrm{A}$$

Der TCSC wirkt kapazitiv mit $X_\mathrm{TCSC} = -62{,}9\,\Omega$:

$$Q_\mathrm{TCSC} = 3 \cdot \Delta U_\mathrm{TCSC} \cdot I_\mathrm{L} = 3 \cdot I_\mathrm{L}^2 \cdot X_\mathrm{TCSC}$$
$$= 3 \cdot (1749{,}5\,\mathrm{A})^2 \cdot (-62{,}9\,\Omega) = -577{,}6\,\mathrm{MVAr}$$

Induktive Blindleistung der Freileitung:

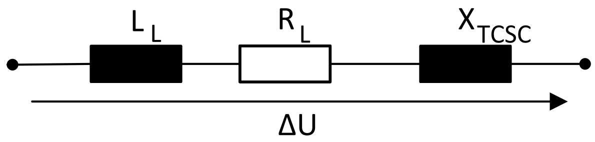
$$Q_\mathrm{L} = 3 \cdot I_\mathrm{L}^2 \cdot X_\mathrm{L}$$
$$= 3 \cdot 1749{,}5\,\mathrm{A} \cdot 2\,\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz} \cdot 110\,\mathrm{mH} = 317{,}3\,\mathrm{MVAr}$$

$Q_\mathrm{TCSC} \neq Q_\mathrm{L} \rightarrow$ Der TCSC dient zur Spannungskompensation und nicht zur Blindleistungskompensation.

Musterlösung EÜN
FACTS

Aufgabe 12: Längskompensation einer Übertragungsleitung mit einem TCSC

a)



Leitung:

$$
\begin{aligned}
R_\mathrm{L} &= R' \cdot l = 0,1\,\frac{\Omega}{\mathrm{km}} \cdot 100\,\mathrm{km} = 10\,\Omega \\
L_\mathrm{L} &= L' \cdot l = 1,3\,\frac{\mathrm{mH}}{\mathrm{km}} \cdot 100\,\mathrm{km} = 0,13\,\mathrm{H} \\
X_\mathrm{L} &= \omega \cdot L_\mathrm{L} = 2\,\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz} \cdot 0,13\,\mathrm{H} = 40,84\,\Omega
\end{aligned}
$$

Kompensationsbedingung:

$$
\begin{aligned}
\Delta U = I \cdot (R_\mathrm{L} \cdot \cos\varphi + X_\mathrm{res} \cdot \sin\varphi) &\overset{!}{=} 0 \\
I \cdot (R_\mathrm{L} + X_\mathrm{res} \cdot \tan\varphi) &= 0 \\
\Rightarrow R_\mathrm{L} + (X_\mathrm{L} + X_\mathrm{TCSC}) \cdot \tan\varphi &= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\longrightarrow X_\mathrm{TCSC} &= -\left(\frac{R_\mathrm{L}}{\tan\varphi} + X_\mathrm{L}\right) \\
&= -\left(\frac{10\,\Omega}{\tan(36,87^\circ)} + 40,84\,\Omega\right) = -54,17\,\Omega
\end{aligned}
$$

mit $\cos\varphi = 0,8 \;\rightarrow\; \varphi = 36,87^\circ$ und $X_\mathrm{res} = X_\mathrm{L} + X_\mathrm{TCSC}$

b)

$$
\begin{aligned}
X_\mathrm{C} &= 5 \cdot X_\mathrm{L} = 5 \cdot \omega \cdot L \\
&= 5 \cdot (2\,\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz}) \cdot 10\,\mathrm{mH} = 15,71\,\Omega
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
X_\mathrm{C} &= \frac{1}{\omega \cdot C} \\
\Leftrightarrow C &= \frac{1}{\omega \cdot X_\mathrm{C}} \\
&= \frac{1}{2\,\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz} \cdot 15,71\,\Omega} = 202,62\,\mu\mathrm{F}
\end{aligned}
$$

Bestimmung von β aus dem Diagramm in 15.2:

$$
\frac{X_\mathrm{TCSC}}{X_\mathrm{C}} = \frac{-54,17}{15,71} = -3,45 \quad\rightarrow\quad \beta = 36^\circ
$$

c) Der Leistungsfaktor $\cos\varphi$ wird minimal für $\varphi = \frac{\pi}{2}$:

$$\cos\varphi = 0 \quad \rightarrow \quad \tan\varphi \rightarrow \infty$$

Steuerwinkel neu bestimmen:

$$X_{\mathrm{TCSC}} = -\left(X_{\mathrm{L}} + \left.\frac{R_{\mathrm{L}}}{\tan\varphi}\right|_{\varphi\rightarrow\frac{\pi}{2}} \right) \longrightarrow X_{\mathrm{TCSC}} = -X_{\mathrm{L}} = -40,84\,\Omega$$

$$\frac{X_{\mathrm{TCSC}}}{X_{\mathrm{C}}} = \frac{-40,84}{15,71} = -2,6 \quad \rightarrow \quad \beta = 34,5^\circ$$

Musterlösung EÜN
FACTS

Aufgabe 13: Strombegrenzer (Short-Circuit Current Limiter, SCCL)

a) Bezugsspannung wählen: $U_\mathrm{B} = 400\,\mathrm{kV}$

Generator:

$$X''_\mathrm{d} = x''_\mathrm{d} \cdot \frac{U^2_\mathrm{N,G}}{S_\mathrm{N,G}} \cdot \frac{U^2_\mathrm{B}}{U^2_\mathrm{N,G}}$$
$$= 0,3653 \cdot \frac{(27\,\mathrm{kV})^2}{1530\,\mathrm{MVA}} \cdot \frac{400\,\mathrm{kV}^2}{27\,\mathrm{kV}^2} = 38,20\,\Omega$$

Transformatoren:

$$X_\mathrm{k,T} = u_\mathrm{k} \cdot \frac{U^2_\mathrm{N,T}}{S_\mathrm{N,T}}$$
$$X_\mathrm{k,T1} = X_\mathrm{k,T2} = 0,155 \cdot \frac{(400\,\mathrm{kV})^2}{740\,\mathrm{MVA}} = 33,51\,\Omega$$

b) Ersatzimpedanz für Kurzschluss an der Sammelschiene:

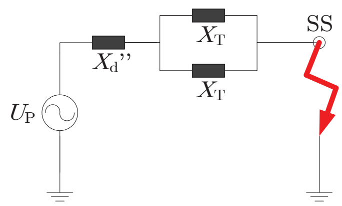


Abb. 13.1: *Ersatzschaltbild für einen Kurzschluss an der Sammelschiene (SS)*

$$X_\mathrm{res} = X''_\mathrm{d} + \frac{1}{2} \cdot X_\mathrm{k,T}$$
$$= 38,2\,\Omega + \frac{1}{2} \cdot 33,51\,\Omega = 54,96\,\Omega$$

Anfangskurzschlusswechselstrom:

$$I''_\mathrm{k} = \frac{1,1 \cdot U_\mathrm{N}}{\sqrt{3} \cdot X_\mathrm{res}}$$
$$= \frac{1,1 \cdot 400\,\mathrm{kV}}{\sqrt{3} \cdot 54,96\,\Omega} = 4622,16\,\mathrm{A}$$

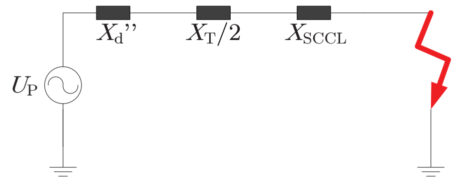


Abb. 13.2: *Ersatzschaltbild für einen Kurzschluss im Netz mit SCCL*

c) I_k'' soll halbiert werden. Daraus folgt, dass X_{res} sich verdoppeln muss. Also muss X_L gerade die soeben berechneten 54, 96 Ω sein, da nun im Kurzschlussfall zusätzlich die Induktivität des SCCL wirksam ist:

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{54,96\ \Omega}{2\ \pi \cdot 50\ \text{Hz}} = 0,175\ \text{H}$$

Im Normalbetrieb sperren die Thyristoren. Die Serienschaltung von Kondensator und Spule ist wirksam. Beide Reaktanzen sollen sich gerade aufheben, damit im Normalbetrieb über dem SCCL keine Spannung abfällt.

$$\underline{Z} = \frac{1}{j\ \omega\ C} + j\ \omega\ L = j \cdot (\omega\ L - \frac{1}{\omega\ C}) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 \cdot L} = \frac{1}{\omega \cdot X_L}$$

$$= \frac{1}{2\ \pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 54,96\ \Omega} = 57,92\ \mu\text{F}$$

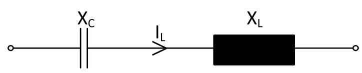


Abb. 13.3: *Ersatzschaltbild SCCL im Normalbetrieb*

d) Die maximale Einspeiseleistung wird durch die Transformatoren limitiert, da deren Übertragungskapazität kleiner als die maximale Erzeugungskapazität des Generators ist:

$S_{N,T\ ges} = 2 \cdot 740\ \text{MVA} = 1480\ \text{MVA} < S_{N,G} = 1530\ \text{MVA} \Longrightarrow S_{max} = 1480\ \text{MVA}$

Spannungsabfall im Normalbetrieb ($U_C = -U_L$) durch Nennstrom I_L:

$$I_L = \frac{S_{max}}{\sqrt{3} \cdot U_N} = \frac{1480\ \text{MVA}}{\sqrt{3} \cdot 400\ \text{kV}} = 2136,2\ \text{A} \tag{4}$$

Damit folgt:

$$U_L = X_L \cdot I_L = 54,96\ \Omega \cdot 2136,2\ \text{A} = 117,41\ \text{kV} \tag{5}$$

Spannungsabfall im Kurzschlussfall bei halbiertem Kurzschlussstrom:

$$U_L = I_k'' \cdot X_L = \frac{1}{2} \cdot 4622,16\ \text{A} \cdot 54,96\ \Omega = 127,02\ \text{kV}$$

e) Verlustleistung an L:

$$P_V = 3 \cdot I_L^2 \cdot R = 3 \cdot (2136,2\ \text{A})^2 \cdot 0,15\ \Omega = 2053,5\ \text{kW}$$

Prozentualer Anteil:

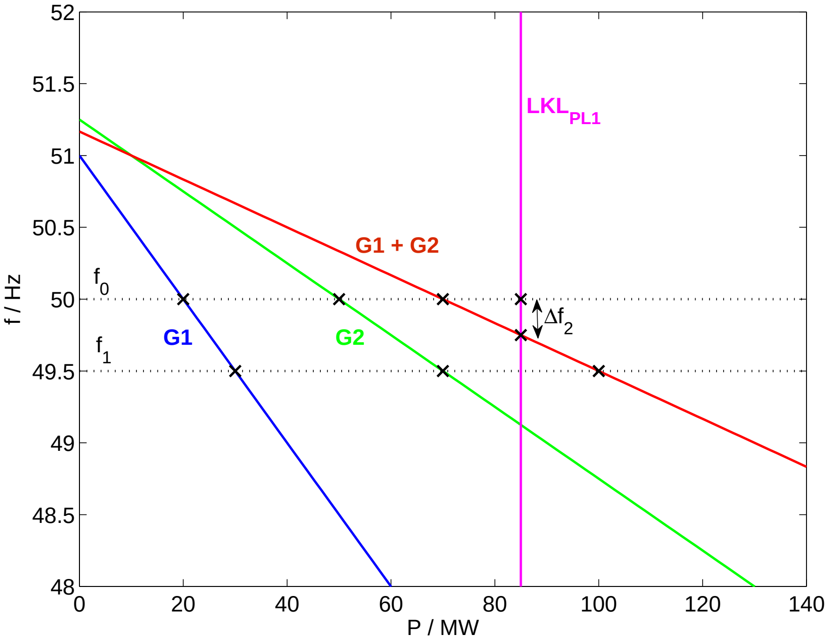
$$\frac{P_V}{P_{max}} \cdot 100\% = \frac{2053,5\ \text{kW}}{1480\ \text{MW}} \cdot 100\% = 0,139\%$$

Musterlösung EÜN
Netzregelung

Aufgabe 14: Primärregelung

a)

f/P-Kennliniendiagramm



Generatorleistungszahlen:

$$K_{\mathrm{G}} = \frac{\Delta P_{\mathrm{G}}}{-\Delta f} = \frac{P_{\mathrm{G}}(f_1) - P_{\mathrm{G}}(f_0)}{-(f_1 - f_0)}$$

$$K_{\mathrm{G1}} = \frac{\Delta P_{\mathrm{G1}}}{-\Delta f} = \frac{(30-20)\,\mathrm{MW}}{-(49,5-50)\,\mathrm{Hz}} = \frac{10\,\mathrm{MW}}{0,5\,\mathrm{Hz}} = 20\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}}$$

$$K_{\mathrm{G2}} = \frac{\Delta P_{\mathrm{G2}}}{-\Delta f} = \frac{(70-50)\,\mathrm{MW}}{0,5\,\mathrm{Hz}} = 40\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}}$$

b) Gesamtleistungszahl:

$$K_{\mathrm{ges}} = K_{\mathrm{G1}} + K_{\mathrm{G2}} = (20+40)\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}} = 60\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}}$$

Die resultierende Generatorkennlinie $(G_1 + G_2)$ ist im f/P-Kennliniendiagramm aus a) zu sehen.

c) Lasterhöhung $\rightarrow$ positives Vorzeichen von ΔP:

$$\Delta P_{\mathrm{L1}} = P_{\mathrm{L1}} - P_{\mathrm{L10}} = (85 - 70)\,\mathrm{MW} = 15\,\mathrm{MW}$$

Frequenzänderung durch ΔP_{L1}:

$$\Delta f_2 = -\frac{\Delta P_{\mathrm{L1}}}{K_{\mathrm{ges}}} = -\frac{15\,\mathrm{MW}}{60\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}}} = -0,25\,\mathrm{Hz}$$

resultierende Netzfrequenz f_2:

$$f_2 = f_0 + \Delta f_2 = 50\,\mathrm{Hz} - 0,25\,\mathrm{Hz} = 49,75\,\mathrm{Hz}$$

Primärregelanteile der Generatoren:

$$\Delta P_{\mathrm{Gi}} = K_{\mathrm{Gi}} \cdot \frac{\Delta P}{K_{\mathrm{ges}}} = -K_{\mathrm{Gi}} \cdot \Delta f$$

$$\Delta P_{\mathrm{G1}} = -K_{\mathrm{G1}} \cdot \Delta f_2 = 20\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}} \cdot 0,25\,\mathrm{Hz} = 5\,\mathrm{MW}$$

$$\Delta P_{\mathrm{G2}} = -K_{\mathrm{G2}} \cdot \Delta f_2 = 40\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}} \cdot 0,25\,\mathrm{Hz} = 10\,\mathrm{MW}$$

Kontrolle:

$$\Delta P_{\mathrm{L1}} \overset{!}{=} \sum_i \Delta P_{\mathrm{Gi}} = \Delta P_{\mathrm{G1}} + \Delta P_{\mathrm{G2}} = (5 + 10)\,\mathrm{MW} = 15\,\mathrm{MW}$$

Die Leistungkennlinie $\mathrm{LKL}_{\mathrm{PL1}}$ ist im f/P-Kennliniendiagramm aus a) zu sehen.

d) Die frequenzabhängige Last L2 wird zugeschaltet:

$$\Delta P = +P_{\mathrm{L2}} = 10\,\mathrm{MW}$$

$$K_{\mathrm{ges,1}} = K_{\mathrm{G1}} + K_{\mathrm{G2}} + D = (20 + 40 + 10)\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}} = 70\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}}$$

Frequenzänderung Δf_3:

$$\Delta f_3 = -\frac{\Delta P}{K_{\mathrm{ges,1}}} = -\frac{10\,\mathrm{MW}}{70\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}}} = -0,143\,\mathrm{Hz}$$

resultierende Netzfrequenz f_3:

$$f_3 = f_0 + \Delta f_3 = 50\,\mathrm{Hz} - 0,143\,\mathrm{Hz} = 49,857\,\mathrm{Hz}$$

Primärregelanteile:

Last 2: $$\Delta P_{\mathrm{L2}} = \frac{D}{K_{\mathrm{ges,1}}} \cdot \Delta P = \frac{10}{70} \cdot 10\,\mathrm{MW} = 1,43\,\mathrm{MW}$$

Generatoren: $$\Delta P_{\mathrm{G1}} = \frac{K_{\mathrm{G1}}}{K_{\mathrm{ges,1}}} \cdot \Delta P = \frac{20}{70} \cdot 10\,\mathrm{MW} = 2,86\,\mathrm{MW}$$

$$\Delta P_{\mathrm{G2}} = \frac{K_{\mathrm{G2}}}{K_{\mathrm{ges,1}}} \cdot \Delta P = \frac{40}{70} \cdot 10\,\mathrm{MW} = 5,71\,\mathrm{MW}$$

Kontrolle:

$$\Delta P \overset{!}{=} \Delta P_{\mathrm{L2}} + \Delta P_{\mathrm{G1}} + \Delta P_{\mathrm{G2}} = (1,43 + 2,86 + 5,71)\,\mathrm{MW} = 10\,\mathrm{MW}$$

e) Die Generatoren 1,2 und 3 speisen die Last L1 bei Netzfrequenz $f_0 = 50\,\mathrm{Hz}$. Dann wird Last L2 zugeschaltet.

$$K_{\mathrm{ges},2} = K_{\mathrm{G1}} + K_{\mathrm{G2}} + K_{\mathrm{G3}} + D$$

$$\Delta f_4 = -\frac{\Delta P}{K_{\mathrm{ges},2}} \qquad \Leftrightarrow \qquad K_{\mathrm{ges},2} = \frac{\Delta P}{-\Delta f_4}$$

$$\Longrightarrow \quad K_{\mathrm{G3}} = \frac{\Delta P}{-\Delta f_4} - (K_{\mathrm{G1}} + K_{\mathrm{G2}} + D)$$

$$= \frac{10\,\mathrm{MW}}{-(-0,125\,\mathrm{Hz})} - 70\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}} = 10\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}}$$

Musterlösung EÜN
Netzregelung

Aufgabe 15: Primärregelung im Netzverbund

a) Ausfall von G3 wirkt wie Lasterhöhung: $\Delta P_{\mathrm{G3}} = +P_{\mathrm{G3}} = 100\,\mathrm{MW}$. Da Generator 3 ausgefallen ist, kann nur noch die Primärregelung der Generatoren 1 und 2, sowie die Primärregelung in Netz 2 eingreifen.

$$\begin{aligned}\Delta f_1 &= -\frac{\Delta P_{\mathrm{G3}}}{K_{\mathrm{G1}} + K_{\mathrm{G2}} + K_2} \\ &= -\frac{100\,\mathrm{MW}}{(100+200+100)\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}}} = -0,25\,\mathrm{Hz}\end{aligned}$$

resultierende Netzfrequenz:

$$f_1 = f_0 + \Delta f_1 = 50\,\mathrm{Hz} - 0,25\,\mathrm{Hz} = 49,75\,\mathrm{Hz}$$

b) Leistungsaufteilung:

$$\begin{aligned}\Delta P_{\mathrm{G1}} &= -K_{\mathrm{G1}} \cdot \Delta f_1 = 100\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}} \cdot 0,25\,\mathrm{Hz} = 25\,\mathrm{MW} \\ \Delta P_{\mathrm{G2}} &= -K_{\mathrm{G2}} \cdot \Delta f_1 = 200\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}} \cdot 0,25\,\mathrm{Hz} = 50\,\mathrm{MW} \\ &\rightarrow \quad \Delta P_{\mathrm{N1}} = \Delta P_{\mathrm{G1}} + \Delta P_{\mathrm{G2}} = 75\,\mathrm{MW}\end{aligned}$$

$$\Delta P_{\mathrm{N2}} = -K_2 \cdot \Delta f_1 = 100\,\frac{\mathrm{MW}}{\mathrm{Hz}} \cdot 0,25\,\mathrm{Hz} = 25\,\mathrm{MW}$$